

電気回路 演習

(第2回目：複素数, インピーダンスとアドミタンス) 解答例

担当 岩崎

1. $z_1 = 4 + j1$, $z_2 = 2 + j5$ とする時, 各ベクトルのなす角 θ を求め, z_1 と z_2 を複素数平面上に描け。

$$\begin{aligned} z_1 &= 4 + j1 = \sqrt{16 + 1} \angle \tan^{-1} \frac{1}{4} = \sqrt{17} \angle 14.03^\circ, \\ z_2 &= 2 + j5 = \sqrt{4 + 25} \angle \tan^{-1} \frac{5}{2} = \sqrt{29} \angle 68.19^\circ, \text{ より} \\ \theta &= 68.19^\circ - 14.03^\circ = \underline{54.16^\circ} \end{aligned}$$

以上の結果から, z_1 と z_2 を複素数平面上に描くと図1のようになる。

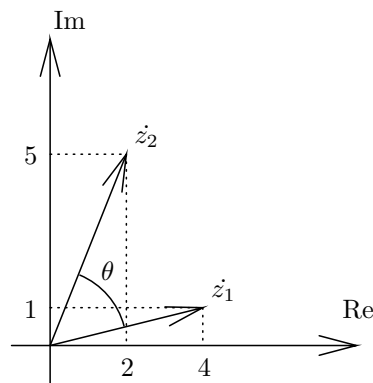


図 1: 複素ベクトル図

2. 次の複素数の実部 a と虚部 b を求めよ。

(a) $10 \angle 60^\circ$

$$10 \angle 60^\circ = 10(\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ) = 5 + j8.66$$

従って, $\underline{a = 5, b = 8.66}$

(b) $16 \angle 210^\circ$

$$16 \angle 210^\circ = 16(\cos 210^\circ + j \sin 210^\circ) = -13.86 - j8$$

従って, $\underline{a = -13.86, b = -8}$

3. $z_1 = 10 \angle 60^\circ$, $z_2 = 60 \angle 30^\circ$ とする時, 次を計算せよ。

(a) $z_1 \cdot z_2$

$$z_1 \cdot z_2 = 600 \angle 90^\circ = 600(\cos 90^\circ + j \sin 90^\circ) = \underline{j600}$$

(b) z_1^3

$$z_1^3 = 1000 \angle 180^\circ = \underline{-1000}$$

(c) $\frac{z_2}{z_1}$

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{60}{10} \angle (-30^\circ) = \underline{5.20 - j3}$$

4. ある 2 つの素子による直列回路に、次のような電圧 $v(t)$ を印加したら電流 $i(t)$ が流れた。

$$v(t) = 200 \sin(300t + 30^\circ)$$

$$i(t) = 10 \sin(300t - 15^\circ)$$

- (a) 電圧 $\dot{V}$ 及び電流 $\dot{I}$ をフェーザ表示せよ。

200 V, 10 A は電圧・電流の振幅であることに注意して、

$$\dot{V} = \frac{200}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ, \dot{I} = \frac{10}{\sqrt{2}} \angle (-15^\circ)$$

- (b) 直列回路のインピーダンス $\dot{Z}$ をフェーザ表示せよ。

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = 20 \angle 45^\circ$$

- (c) この直列回路の各素子は何で、それぞれの大きさを単位を付して求めよ。

(b) より, $\dot{Z} = 14.14 + j14.14 = R + j\omega L$ となる。その結果, この回路は抵抗とインダクタンスによって構成されていることがわかる。

$\dot{Z}$ の実部・虚部から, それらの値は $R = 14.14 [\Omega]$, $\omega L = 14.14$ より, $L = 0.047 [\text{H}]$ である。

5. ある 2 つの素子による並列回路に、実効値 200 V, 角周波数 60 Hz の電圧を印加したら、振幅 15 A, 位相が電圧に対して 30° 進みの電流が流れた。

- (a) 電圧 $\dot{V}$ 及び電流 $\dot{I}$ をフェーザ表示せよ。

電圧の初期位相を 0° とする。

$$\text{電圧のフェーザ表示は } \dot{V} = 200 \angle 0^\circ, \text{ 電流のフェーザ表示は } \dot{I} = \frac{15}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ$$

- (b) 並列回路のアドミタンス $\dot{Y}$ をフェーザ表示せよ。

$$\dot{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{V}} = \frac{15}{200\sqrt{2}} \angle 30^\circ = 0.053 \angle 30^\circ$$

- (c) この並列回路の各素子は何で、それぞれの大きさを単位を付して求めよ。

(b) より, $\dot{Y} = 0.046 + j0.027 = \frac{1}{R} + j\omega C$ である。これより, この回路は抵抗とキャパシタンスにより構成されていることがわかる。

$\dot{Y}$ の実部・虚部から, それらの値は

$$\frac{1}{R} = \frac{3}{40\sqrt{2}} \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = 21.8 [\Omega]$$

$$\omega C = \frac{3}{40\sqrt{2}} \frac{1}{2} \Rightarrow C = 70.3 [\mu \text{ F}]$$